5П

УДК 519.6

Е.А. Пряничникова
Государственный университет информатики и искусственного интеллекта,
г. Донецк, Украина
pois@suiai.edu.ua

Взаимосвязь алгебр языков, представимых в отмеченных графах

В работе рассмотрены основные особенности алгебры языков, представимых в графах с отмеченными вершинами. Показано, что класс языков, представимых регулярными выражениями этой алгебры, совпадает с классом всех регулярных языков, не содержащих пустого слова. Доказано существование изоморфных подалгебр у рассматриваемых алгебр. Получены отображения, позволяющие по регулярным выражениям одной алгебры переходить к регулярным выражениям другой алгебры, представляющим тот же язык. Показано, что алгебра языков, представимых в графах с отмеченными вершинами, не является алгеброй Клини, и между этой алгеброй и алгеброй регулярных языков нет гомоморфизма.

Введение

В настоящее время в компьютерных науках широко применяются различные графовые структуры, среди которых наиболее изученными являются ориентированные графы с отмеченными дугами (конечные автоматы). Данная работа посвящена исследованию ориентированных графов с отмеченными вершинами – объекта, в некотором смысле двойственного автоматам. Интерес к изучению таких графов вызван тем, что в настоящее время существуют актуальные задачи, которые естественным образом представляются в виде графов с отмеченными вершинами. В теоретическом программировании такими графами являются блок-схемы программ [1]. В робототехнике графы с отмеченными вершинами используются для описания так называемых топологических рабочих сред в задачах навигации роботов: задаче самолокализации, то есть отличения некоторой вершины известного графа от всех остальных его вершин, и задаче контроля карты – отличения графа – эталона от заданного класса графов [2]. В последнее время подобные графы под названием «модель Крипке» используются в исследованиях по надежности программных систем [3], [4].

Широкое использование графов с отмеченными вершинами приводит к необходимости внимательного изучения их свойств, в частности, свойств представимых в них языков. Так, в работах [1], [5] проведена характеризация таких языков. Задача минимизации числа вершин таких графов с сохранением языков, представимых графами, рассматривалась в работе [6].

Цель работы – изучение основных свойств алгебры языков, представимых в графах с размеченными вершинами.

Постановка задачи

Задача данной работы состоит в сравнении структур и выразимости алгебры языков, распознаваемых конечными автоматами, и алгебры языков, представимых в графах с отмеченными вершинами.

Работа имеет следующую структуру: в разделе 1 вводятся основные определения и обозначения; в разделе 2 формулируются полученные результаты и приводятся их доказательства.

1 Определения и обозначения

Назовем графом с отмеченными вершинами четверку $G=(Q,E,X,\mu)$, где Q – конечное множество вершин, $|Q|=n$, $E\subseteq Q\times Q$ – множество дуг, X – конечный алфавит отметок вершин, $\mu:Q\to X$ – функция отметок вершин. Пусть $I\subseteq Q$ – множество начальных, а $F\subseteq Q$ – множество финальных вершин графа. Путем в графе G будем называть конечную последовательность вершин $l=q_1\,q_2...q_k$, где $(q_i,q_{i+1})\in E$, число $k-1$ будем называть длиной пути, q_1 - начальная вершина пути, q_k – конечная вершина. Пусть X^+ – множество всех непустых слов конечной длины в алфавите X. Элемент $x=\mu(q_1)\,\mu(q_2)...\mu(q_k)=x_1x_2...x_k\in X^+$ будем называть отметкой пути l в графе G. Множество отметок всех путей, начальной вершиной которых является вершина q_i, а конечная вершина $q_k\in F$, назовем языком, порожденным вершиной q_i. Языком, порождаемым графом G, назовем отметки всех путей в графе G, начальные вершины которых принадлежат множеству I, а конечные – множеству F. Язык, порождаемый графом G, обозначим $L(G)$.

Определим на множестве X^+ частичную бинарную операцию $\circ$ склеивания двух слов следующим образом: для всех $w_1,w_2\in X^+$ и всех $x,y\in X$

$$w_1x\circ yw_2=\begin{cases}w_1xw_2, & \textit{если}\ \ x=y;\\ \textit{не определено}, & \textit{в противном случае.}\end{cases}$$

Рассмотрим алгебру $\left\langle 2^{X^+},\circ,\cup,\otimes,\varnothing,X\right\rangle$ со следующими операциями на языках $L,R\in 2^{X^+}$.

1) $L\cup R=\{w\,|\,w\in L\quad \textit{или}\quad w\in R\}$;

2) $L\circ R=\{w_1\circ w_2\,|\,w_1\in L\ \ \textit{и}\ \ w_2\in R\}$;

3) $L^*=\bigcup\limits_{i=0}^{\infty}L^i$, где $\quad L^0=X;L^{n+1}=L^n\circ L,n\geq 0$;

4) $L^{\otimes}=L_{beg}\circ L^*\circ L_{end}$,

$$L_{beg}=\{x\,|\,xw\in L,\,x\in X,w\in X^*\},\ L_{end}=\{x\,|\,wx\in L,\,x\in X,w\in X^*\}.$$

Регулярные выражения в алгебре $\left\langle 2^{X^+},\circ,\cup,\otimes,\varnothing,X\right\rangle$ определим рекурсивно следующим образом:

1) $\varnothing$ является регулярным выражением, представляющим язык $\varnothing$;

2) x и xy являются регулярными выражениями и представляют языки $L(x)=\{x\}$ и $L(xy)=\{xy\}$ для всех $x,y\in X$;

3) если p и q – регулярные выражения, представляющие языки $L(p)$ и $L(q)$ соответственно, то выражения $(p\circ q)$, $(p\cup q)$, $(p^{\otimes})$ также являются регулярными, причем $L(p\circ q)=L(p)\circ L(q)$, $L(p\cup q)=L(p)\cup L(q)$, $L(p^{\otimes})=(L(p))^{\otimes}$.

Обозначим множество всех регулярных выражений алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ через $\Re'$, множество всех регулярных выражений алгебры регулярных языков $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ через $\Re$.

2 Основные особенности алгебры языков, представимых в графах с отмеченными вершинами

Рассматриваемая алгебра $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ является замкнутым идемпотентным полукольцом [7] с одной дополнительной операцией итерации. Она имеет ряд общих свойств с алгеброй регулярных языков (то есть языков, распознаваемых конечными автоматами) $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ [8].

Утверждение. Класс языков, представимых регулярными выражениями алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$, совпадает с классом всех регулярных языков, не содержащих пустого слова.

Данное утверждение основано на том, что в работе [1] было показано, что любой язык, порождаемый графом с отмеченными вершинами, представим регулярным выражением алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$, а в работе [9] доказывается, что язык порождается графом с отмеченными вершинами тогда и только тогда, он представим регулярным выражением алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$.

Теорема 1. У алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ есть подалгебры, изоморфные подалгебрам алгебры регулярных языков $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$.

Доказательство.

Для любого символа алфавита $x \in X$ рассмотрим множество всех таких языков $L \in 2^{X^+}$, все слова которых начинаются и заканчиваются этим символом x. Это множество языков образует подалгебру [7] алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$. Особенностью всех таких языков будет то, что результат применения к ним операции $\otimes$ будет содержать x, а $P \circ Q = \varnothing$ только в том случае, если $P = \varnothing$ или $Q = \varnothing$.

Каждому такому языку можно поставить в соответствие язык $L' \in 2^{X^*}$ таким образом, что для каждого слова $w \in L$, в язык L' входит слово w', полученное из слова w с помощью удвоения всех его символов, кроме первого и последнего. При этом символу x будет соответствовать пустое слово λ. Множество всех таких языков L' образует подалгебру алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$. Из свойств операции алгебр $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ и $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ следует, что рассмотренное отношение между подалгебрами является изоморфизмом. □

Теорема 2. Существует отображение $\varphi : \Re \to \Re'$, сохраняющее языки, то есть для любого регулярного выражения p алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ есть регулярное выражение $p' = \varphi(p)$ алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$, для которого

$$L(p') = \begin{cases} L(p),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \\ L(p) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \end{cases}.$$

Доказательство.

Рекурсивно определим отношение φ следующим образом:

1) $\varphi(\lambda) = \varnothing$; $\varphi(\varnothing) = \varnothing$; $\varphi(x) = x$ для всех $x \in X$;

2) если $p = p_1 \cup p_2$, то $\varphi(p) = \varphi(p_1) \cup \varphi(p_2)$;

3) если $p = p_1 \cdot p_2$, то $\varphi(p) = \varphi(p_1) \circ X^2 \circ \varphi(p_2) \cup \delta(p_1) \circ \varphi(p_2) \cup \varphi(p_1) \circ \delta(p_2)$;

4) если $p = p_1^*$, то $\varphi(p) = (\varphi(p_1) \circ X^2)^{\otimes} \circ \varphi(p_1)$.

Вспомогательное отношение $\delta : \Re \to \{X, \varnothing\}$ определено следующим образом:

$\delta(\lambda) = X$; $\delta(\varnothing) = \varnothing$; $\delta(x) = \varnothing$ для всех $x \in X$;

если $p = p_1 \cup p_2$, то $\delta(p) = \delta(p_1) \cup \delta(p_2)$;

если $p = p_1 \cdot p_2$, то $\delta(p) = \delta(p_1) \cdot \delta(p_2)$;

если $p = p_1^*$, то $\delta(p) = X$.

Из определения операций алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ [8] следует, что для любого регулярного выражения p, если пустое слово принадлежит языку $L(p)$, то $\delta(p) = X$, в противном случае $\delta(p) = \varnothing$.

Покажем, что введенное таким образом отношение φ сохраняет язык при переходе от регулярного выражения алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ к регулярному выражению алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$.

В первом случае очевидно, что $L(\varphi(p)) = \begin{cases} L(p),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \\ L(p) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \end{cases}$.

Во втором случае предположим, что утверждение теоремы выполняется для p_1 и p_2:

$$L(\varphi(p_1)) = \begin{cases} L(p_1),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p_1)} \\ L(p_1) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p_1)} \end{cases} \text{ и } L(\varphi(p_2)) = \begin{cases} L(p_2),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p_2)} \\ L(p_2) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p_2)} \end{cases}.$$

Тогда $L(p) = L(p_1) \cup L(p_2)$ и, следовательно, по определению операций алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$

$$L(\varphi(p)) = L(\varphi(p_1) \cup \varphi(p_2)) = L(\varphi(p_1)) \cup L(\varphi(p_2)) = \begin{cases} L(p),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \\ L(p) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \end{cases},$$

что и требовалось доказать.

Аналогичными рассуждениями можно показать, что в третьем случае также выполняется свойство $L(\varphi(p)) = \begin{cases} L(p),\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \\ L(p) - \{\lambda\},\ \textit{если}\ \lambda \notin \mathrm{L(p)} \end{cases}$.

В четвертом случае на основании того, что $p_1^* = \lambda \cup p_1 \cup p_1 \cdot p_1 \cup p_1 \cdot p_1 \cdot p_1 \cup ......$, используя правила (1-3), получим, что

$\varphi(p_1^*) = \varphi(\lambda) \cup \varphi(p_1) \cup \varphi(p_1) \circ X^2 \circ \varphi(p_1) \cup \varphi(p_1) \circ X^2 \circ \varphi(p_1) \circ X^2 \circ \varphi(p_1) \cup ...... =$
$= (\varphi(p_1) \circ X^2)^{\otimes} \circ \varphi(p_1)$.

Таким образом, отображение $\varphi : \Re \to \Re'$, построенное в доказательстве данной теоремы, действительно обладает свойством

$L(\varphi(p)) = \begin{cases} L(p), \text{ если } \lambda \notin \mathrm{L(p)} \\ L(p) - \{\lambda\}, \text{ если } \lambda \notin \mathrm{L(p)} \end{cases}$ для любого $p \in \Re$, что и требовалось доказать.□

Теорема 3. Существует такое отображение $\varphi : \Re' \to \Re$, что для любого регулярного выражения p алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ существует регулярное выражение $p' = \varphi(p)$ алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$, для которого $L(p') = L(p)$.

Доказательство.

Для каждого символа $x \in X$ ведем вспомогательные отношения $\delta_x : \Re' \to \Re$ и ${}_x\delta : \Re' \to \Re$ следующим образом: для любого регулярного отношения $p \in \Re'$

$L(\delta_x(p)) = \{w | wx \in L(p), x \in X\}$ и $L({}_x\delta(p)) = \{w | xw \in L(p), x \in X\}$.

Рекурсивно определим эти отношения следующим образом:

если $p = x$, $x \in X$, то $\delta_x(p) = \lambda$, ${}_x\delta(p) = \lambda$;

если $p = y$, $y \in X$, то $\delta_x(p) = \varnothing$, ${}_x\delta(p) = \varnothing$;

если $p = xy$, $xy \in X^2$, то ${}_x\delta(p) = y$;

если $p = yx$, $yx \in X^2$, то $\delta_x(p) = y$;

если $p = yz$, $yz \in X^2$, то $\delta_x(p) = {}_x\delta(p) = \varnothing$;

если $p = p_1 \cup p_2$, то $\delta_x(p) = \delta_x(p_1) \cup \delta_x(p_2)$, ${}_x\delta(p) = {}_x\delta(p_1) \cup {}_x\delta(p_2)$;

если $p = p_1 \circ p_2$, то $\delta_x(p) = \varphi(p_1 \circ \delta_x(p_2)) \cup \delta_x(p_1) \cdot \psi_x(p_2)$, ${}_x\delta(p) = \varphi({}_x\delta(p_1) \circ p_2) \cup {}_x\delta(p_2) \cdot \psi_x(p_1)$,

где $\psi_x(p) = \begin{cases} X, \text{если } x \in L(p) \\ \varnothing, \text{в противном случае} \end{cases}$

Определим искомое отношение φ следующим образом:

1) $\varphi(\varnothing) = \varnothing$; $\varphi(x) = x$ для всех $x \in X$;

2) если $p = p_1 \cup p_2$, то $\varphi(p) = \varphi(p_1) \cup \varphi(p_2)$;

3) если $p = p_1 \circ p_2$, то $\varphi(p) = \bigcup_{ч \in Ч} \delta_x(p_1) \cdot x \cdot {}_x\delta(p_2)$;

4) если $p = p_1^{\otimes}$, то $\varphi(p) = \varphi(p_1^0) \cup \varphi(p_1) \cup \bigcup_{x \in X} \delta_x(p_1) \cdot x \cdot (\delta_x({}_x\delta(p_1)) \cdot x)^* \cdot {}_x\delta(p_1)$.

Из свойств операции алгебр $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ и $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ следует, что во всех случаях $L(\varphi(p)) = L(p)$. Что и требовалось доказать.□

Наряду с общими чертами, алгебра языков, представимых в графах с отмеченными вершинами, существенно отличается от алгебры регулярных языков. Как следствие этих особенностей, алгебра $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$, в отличие от алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$, не является алгеброй Клини (она не удовлетворяет системе аксиом из работы [9]).

Основные отличия рассматриваемой алгебры от алгебр Клини связаны с тем, что, в отличие от конкатенации, операция $\circ$ частичная. Если в алгебре Клини $p \cdot q = \varnothing$ только в том случае, когда $p = \varnothing$ или $q = \varnothing$, то в алгебре $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ легко подобрать примеры, когда это не верно: пусть $L(p) = \{ab\}$, $L(q) = \{cd\}$, тогда $p \circ q = \varnothing$.

Еще одно важное отличие заключается в том, что в алгебре Клини множество R^* всегда содержит пустое слово и является бесконечным для любого R, а в алгебре $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ можно привести примеры множеств, для которых результат применения операции $\otimes$ будет бесконечным, конечным или пустым множеством: если $L(p) = \{aba\}$, то $L(p^{\otimes}) = \{a, aba, ababa, ...\}$; если $L(p) = \{ab\}$ то $L(p^{\otimes}) = \{ab\}$; если $p = \varnothing$, то $p^{\otimes} = \varnothing$.

Теорема 4. Не существует отображений алгебры $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$ в алгебру $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ и алгебры $\left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle$ в алгебру $\left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle$, которые являются гомоморфизмами.

Доказательство.

Предположим, что существует некоторый гомоморфизм

$$\psi : \left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle \to \left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle.$$

Тогда для любых языков $P, Q \in 2^{X^*}$ выполняется $\psi(P \cdot Q) = \psi(P) \circ \psi(Q)$, $\psi(P \cup Q) = \psi(P) \cup \psi(Q)$, $\psi(P^*) = (\psi(P))^{\otimes}$, $\psi(\varnothing) = \varnothing$, $\psi(\lambda) = X$ [7].

По определению операции $\otimes$ $(\psi(P))^{\otimes} = (\psi(P))^0 \cup \psi(P) \cup \psi(P) \circ \psi(P) \cup ...$; по определению операции * $P^* = \lambda \cup P \cup P \cdot P \cup ....$ Следовательно, если ψ – гомоморфизм, то $\psi(P^*) = X \cup \psi(P) \cup \psi(P) \circ \psi(P) \cup ...$, то есть для любого P должно выполняться $(\psi(P))^0 = X$. Но это свойство выполняется не для всех языков, поэтому такого гомоморфизма ψ не существует.

Предположим, что существует гомоморфизм

$$\psi : \left\langle 2^{X^+}, \circ, \cup, \otimes, \varnothing, X \right\rangle \to \left\langle 2^{X^*}, \cdot, \cup, *, \varnothing, \lambda \right\rangle.$$

Тогда $\psi(P \circ Q) = \psi(P) \cdot \psi(Q)$, $\psi(P \cup Q) = \psi(P) \cup \psi(Q)$, $\psi(P^{\otimes}) = (\psi(P))^*$, $\psi(\varnothing) = \varnothing$, $\psi(X) = \lambda$. Из того, что $\psi(P^{\otimes}) = (\psi(P))^*$ следует, что для любого языка P должно выполняться свойство $\psi(P^0) = \lambda$. Тогда для любого языка Q должно выполняться $\psi(P^0 \circ Q) = \psi(Q)$. Но можно подобрать такие языки P и Q, что $P^0 \circ Q = \varnothing$, а $\psi(Q) \neq \varnothing$. Тогда $\psi(P^0 \circ Q) = \psi(\varnothing) = \varnothing$. Так как $\psi(Q) \neq \varnothing$, отношение ψ не может быть гомоморфизмом, что и требовалось доказать. □

Выводы

В работе рассмотрены основные особенности алгебры языков, представимых в графах с отмеченными вершинами. Показано, что класс языков, представимых регулярными выражениями этой алгебры, совпадает с классом всех регулярных языков, не содержащих пустого слова. Доказано существование изоморфных подалгебр у рассматриваемых алгебр. Получены отображения, позволяющие по регулярным выражениям одной алгебры переходить к регулярным выражениям другой алгебры, представляющим тот же язык. Показано, что алгебра языков, представимых в графах с отмеченными вершинами, не является алгеброй Клини, и между этой алгеброй и алгеброй регулярных языков нет гомоморфизма. Все полученные результаты являются конструктивными.

Литература

1. Капитонова Ю.В. Математическая теория проектирования вычислительных систем / Ю.В. Капитонова, А.А. Летичевский. – М. : Наука, 1988. – 296 с.
2. Dudek G. Ap validation and robot self-location in a graph-like world / G. Dudek, M. Jenkin, E. Milios and D. Wilkes // Robotics and autonomous systems. – 1997, November. – Vol. 22(2). – P. 159-178.
3. Baier C. Principles of Model Checkng / C. Baier, J.-P. Katoen. – MIT Press, Cambridge, 2008. – 975 p.
4. Clarke E.M. Model Checking / Clarke E.M., Grumberg O., Peled D. – Model Checking MIT Press, 1999.
5. Grunsky I. Languages Representable by Vertex-labeled Graphs / I. Grunsky, O. Kurganskyy, I. Potapov // Proceedings of the 30th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science, LNCS. – 2005. –V. 3618. – P. 435-446.
6. Сапунов С.В. Эквивалентность помеченных графов / С.В. Сапунов // Труды ИПММ НАНУ. – 2002. – Т. 7. – С. 162-167.
7. Общая алгебра / под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – М. : Наука, 1990. – Т. 1. – 592 с.
8. Eilenberg S. Automata, Languages, and Machines / Eilenberg S. – Academic Press, New York and London, 1974. – Vol. A.
9. Грунский И.С. Об алгебре языков, представимых графами с отмеченными вершинами / И.С. Грунский, Е.А. Пряничникова // Труды Ин-та прикл. математики и механики НАН Украины. – 2009. – Т. 18. – С. 37-46.
10. Kozen D. A completeness theorem for Kleene algebras and the algebra of regular events / D. Kozen // Information and Computation. – 1994. – № 110(2). – P. 366-390.

О.О. Пряничникова

Взаємозв’язок алгебр мов, що можуть бути представлені в помічених графах

У роботі розглянуті основні особливості алгебри мов, що можуть бути представлені в графах з поміченими вершинами. Показано, що клас мов, що можуть бути представлені формулами цієї алгебри, співпадає з класом всіх регулярних мов, що не включають порожнього слова. Отримані відображення, що дозволяють переходити від формул однієї алгебри до формул іншої алгебри зі збереженням мови. Доведено, що алгебра мов, що можуть бути представлені в графах з поміченими вершинами, не є алгеброю Кліні, і між цією алгеброю та алгеброю регулярних мов немає гомоморфізму.

E.A. Pryanichnikova

Relationships Between Algebras of Languages that can be Represented by Labeled Graphs

In this paper we study an algebra of languages that can be represented by vertex-labeled graphs. We establish some new relationships between this algebra and the algebra of regular languages. It is proved that these studied algebras have isomorphic sub algebras. We show that it is always possible to transform regular expression of Kleene algebra into a regular expression of algebra of languages that can be represented by vertex-labeled graphs without changing its language. It is shown that algebra of languages that can be represented by vertex-labeled graphs is not the Kleene algebra.

Статья поступила в редакцию 02.07.2010.